

单环四阶 Sigma Delta 调制器噪声传递函数设计

刘富锐, 孟晓风

(北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100191)

摘 要: 为了解决单环结构高阶 Sigma Delta 调制器的信噪比与输入动态范围的矛盾, 利用巴特沃斯滤波器和切比雪夫 II 型滤波器设计了一个单环四阶 Sigma Delta 调制的噪声传递函数, 使得系统获得较高信噪比的同时还具有好的输入动态范围. 仿真结果表明, 系统峰值信噪比达到了 131.9 dB, 同时将噪声传递函数参数映射成 FeedForward Feedback 结构的模型参数, 并对其进行了归一化输入幅值为 -3 dB 的 simulink 仿真, 此时系统仍能获得 128.7 dB 的信噪比, 说明系统具有良好的输入动态范围. 该设计方法也可以扩展到更高阶、多位量化器和其他过采样率的 Sigma Delta 调制器设计中.

关键词: Sigma Delta 调制器; 噪声传递函数; 信噪比; 巴特沃斯滤波器; 切比雪夫 II 型滤波器

中图分类号: TN713.7; TN761

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2016)10-0068-04

Design of a Noise Transfer Function for Single-loop 4th-order Sigma Delta Modulators

LIU Fu-rui, MENG Xiao-feng

(School of Instrumentation Science and Opto-Electronics Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: In order to solve high-order single-loop structure Sigma Delta modulator SNR contradiction with input dynamic range, Butterworth filter and the Chebyshev type II filter are used to design a Noise Transfer Function for single-loop 4th-order Sigma Delta Modulators, so that to obtain a higher signal to noise ratio of the system also has a good input dynamic range. The simulation results show that the system has reached the peak signal to noise ratio 131.9 dB. While the noise transfer function parameters are mapped into the model parameters of FFB structure, and normalized amplitude of -3 dB input was selected for simulink simulation. We got 128.7 dB of SNR from the simulation, which indicated that the dynamic range of the system is of good performance. The method mentioned in this brief can also be extended to higher order, multi-bit quantizer and other oversampling rate Sigma Delta modulator design.

Key words: sigma delta modulator; noise transfer function; SNR; Butterworth filter; Chebyshev type II filter

1 引言

Sigma Delta ADC 采用了过采样和噪声整形两种关键技术, 能通过低位量化 (通常是一位) 获得很高的精度而成为近些年来 ADC 研究的热点. Sigma Delta ADC 由 Sigma Delta 调制器和数字抽取滤波器两部分构成, 其中 Sigma Delta 调制器是 Sigma Delta ADC 的模拟部分, 设计高信噪比 (SNR) 和高动态范围 (DR) 的 Sigma Delta 调制器是 Sigma Del-

ta ADC 设计的一大难点. 单环结构 Sigma Delta 调制器设计相对简单, 但三阶或者三阶以上的单环结构在输入信号幅值较大时存在不稳定现象^[1], 出现信噪比与动态范围之间的矛盾.

关于 Sigma Delta 调制器稳定性方面的研究, 国外学者提出了几个稳定性经验判据, 其中 Lee 判据^[2]较为常用, 然而由于是经验判据, 条件既不充分也不必要, 因此在设计过程中很难作为严格的设计指导. 同时 Schreier^[3]对各种判据作了验证, 结论表

明稳定性判据相对保守,根据稳定性判据设计出的 Sigma Delta 调制器稳定性基本能得到保证,但不能获得很高的信噪比。通过大量的仿真设计可知, Sigma Delta 调制器噪声传递函数的方法在工程中具有很高的实用价值,本文根据巴特沃斯滤波器和切比雪夫 II 型滤波器的方法设计了一种高信噪比、高动态范围的 Sigma Delta 调制器噪声传递函数。

2 仿真模型建立

Sigma Delta 调制器的 Z 域模型如图 1 所示,其中 $X(z)$ 为输入信号, $E(z)$ 为量化噪声(建模时将量化器等效为带有加性随机白噪声的加法器), $Y(z)$ 为 1 bit 码流输出信号。

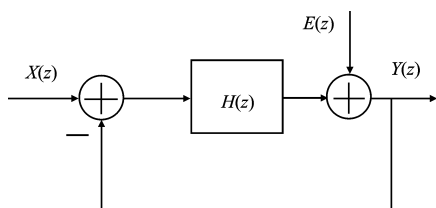


图 1 Sigma Delta 调制器的 Z 域模型

由叠加原理可得出系统的 Z 域传递函数为

$$Y(z) = \frac{H(z)}{1+H(z)} \cdot X(z) + \frac{1}{1+H(z)} \cdot E(z) \quad (1)$$

式中, $H(z)$ 为开环传递函数,同时系统传递函数可以写成

$$Y(z) = \text{STF}(z) \cdot X(z) + \text{NTF}(z) \cdot E(z) \quad (2)$$

对比式 (1)、(2) 可得系统信号传递函数 $\text{STF}(z)$ 和噪声传递函数 $\text{NTF}(z)$ 为

$$\begin{cases} \text{STF}(z) = \frac{H(z)}{1+H(z)} \\ \text{NTF}(z) = \frac{1}{1+H(z)} \end{cases} \quad (3)$$

由式 (3) 可知,当 $H(z)$ 在基带内有很大增益时, $\text{STF}(z)$ 带内增益接近 1,信号无失真传输;同时 $\text{NTF}(z)$ 带内增益接近于零,带内噪声得到抑制,对于量化噪声相当于高通滤波^[4]。调制器输出信号再经过后端的数字低通抽取滤波器滤波后即可重构原始信号。

在设计过程中, $\text{STF}(z)$ 一般设计为 1,而 $\text{NTF}(z)$ 的性能好坏直接影响调制器对基带内量化噪声的抑制效果,因此设计良好的 $\text{NTF}(z)$ 是获得高信噪比的关键。单环高阶 Sigma Delta 调制器有很多实现结构^[5],例如 CIFB (Cascade-of-Integrators, FeedBack) 结构、CIFF (Cascade of Integrators, Feedforward) 结构、CRFB (Cascade of Resonators, FeedBack) 结构和 CRFF (Cascade of Resonators, FeedForward) 结构,也有学者设计出

FFFB (FeedForward, Feedback) 结构^[6] 的 Sigma Delta 调制器,而具有相同噪声传递函数的各种结构之间性能并无太大区别,并且对于固定的噪声传递函数,所有结构均能实现。本文的仿真模型选择 4 阶 FFFB 结构,如图 2 所示。

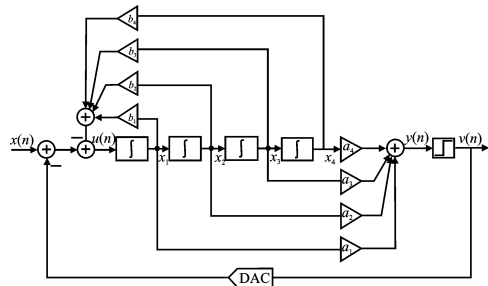


图 2 4 阶 FFFB 结构 Sigma Delta 调制器仿真模型

其中每一级积分器的传递函数为 $z^{-1}/(1-z^{-1})$,如前所述,量化器等效为带有随机加性白噪声的加法器,对比图 1 和图 2 可以列出方程组:

$$\begin{cases} H = z^{-1}/(1-z^{-1}) \\ u = x - v - (b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4) \\ x_1 = uH \\ x_2 = x_1H \\ x_3 = x_2H \\ x_4 = x_3H \\ y = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 \\ v = y + e \end{cases} \quad (4)$$

令 $x = 0$, $\text{NTF}(z) = v/e$ 并与方程组 (4) 联立可解得上述仿真模型的噪声传递函数为

$$\text{NTF}(z) = \frac{z^4 + A_1z^3 + A_2z^2 + A_3z + A_4}{z^4 + B_1z^3 + B_2z^2 + B_3z + B_4} \quad (5)$$

式中,各参数与图 2 中模型参数的关系为

$$\begin{cases} A_1 = b_1 - 4 \\ A_2 = -3b_1 + b_2 + 6 \\ A_3 = 3b_1 - 2b_2 + b_3 - 4 \\ A_4 = -b_1 + b_2 - b_3 + b_4 + 1 \\ B_1 = a_1 + b_1 - 4 \\ B_2 = -3a_1 + a_2 - 3b_1 + b_2 + 6 \\ B_3 = 3a_1 - 2a_2 + a_3 + 3b_1 - 2b_2 + b_3 - 4 \\ B_4 = -a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - b_1 + b_2 - b_3 + b_4 + 1 \end{cases} \quad (6)$$

3 噪声传递函数设计

本节将通过巴特沃斯滤波器和切比雪夫 II 型滤波器的设计方法来设计系统噪声传递函数,并将噪声传递函数映射到系统仿真模型参数中,并对解

算得到的参数模型进行 Simulink 仿真验证。

3.1 噪声传递函数设计方法

单环高阶 Sigma Delta 调制器的一般噪声传递函数为 $NTF(z)=(1-z^{-1})^N$, N 为调制器阶数。传递函数的 N 个零点都在 $z=1+j0$ 处,即都分布在直流频率处,这将导致基带边缘噪声平台高,对基带噪声抑制效果不理想。Roermund [7]指出,将零点分散在基带内可以对基带内量化噪声有更好的抑制效果,则可以考虑用切比雪夫 II 型滤波器配置 $NTF(z)$ 的零点,选择根据是:(1)比雪夫 II 型滤波器零点分散在基带内,可以更好地抑制带内噪声;(2)切比雪夫 II 型滤波器具有较为平坦的通带,可以保证系统具有较好的稳定性。

对于 3 阶或 3 阶以上的系统,随着输入信号幅值的增加,信噪比(dB 表示)线性增加,但当幅值到达一定值之后,信噪比将急剧下降,说明随着信号幅值的增大,系统进入不稳定状态。Sigma Delta 调制器不稳定与 $NTF(z)$ 的带外增益有关,为了很好地控制系统带外增益,可以考虑通过巴特沃斯滤波器配置 $NTF(z)$ 的极点,选择依据是:(1)巴特沃斯滤波器具有带外最大平坦度,可以很好保证系统的动态范围;(2)对参数失配(由电阻,电容,CMOS 管失配造成)的敏感度较低,电路稳定性好;(3)巴特沃斯滤波器极点具有低 Q 值,使实现为巴特沃斯滤波器的电路不易发生振荡[8]。

综合考虑到系统的信噪比和动态范围因素,本文对 $NTF(z)$ 的设计思路为:通过巴特沃斯高通滤波器配置 $NTF(z)$ 极点,通过切比雪夫 II 型高通滤波器配置 $NTF(z)$ 的零点。

3.2 算法实现

根据式(5), $NTF(z)$ 具有 4 个零点和 4 个极点,故应设计 4 阶巴特沃斯滤波器和 4 阶切比雪夫 II 型滤波器。零极点优化通过 matlab 的信号处理工具箱完成,SNR 仿真借助 Richard Schreier 设计的 DSToolbox 工具箱完成。同时指出,为了便于比较,本文采用与文献[8]相同的过采样率($OSR=128$)。算法实现过程可用图 3 来表示。

巴特沃斯滤波器的设计使用 butter 函数,以 3 dB 截止频率 W_n 为变量并借助 DSToolbox 工具箱中的 simulateSNR 函数对不同正弦波输入幅值进行信噪比仿真,以所得最大 SNR 值对应的 W_n 为频率中心,将区间宽度减半之后再次迭代,直到找出较为理想信噪比时的截止频率为止,此时 butter 函数生成的向量 a 即为 $NTF(z)$ 分母多项式系数。

切比雪夫 II 型滤波器的设计使用 cheby2 函数,以阻带最大衰减 R_p 为变量并借助 DSToolbox 工具箱进行仿真,仿真方法同巴特沃斯滤波器,最终得到 cheby2 函数生成的向量 b 即为 $NTF(z)$ 分子多项式系数。

将设计好的分子和分母多项式综合成 $NTF(z)$,并对综合后的 $NTF(z)$ 再次仿真验证。

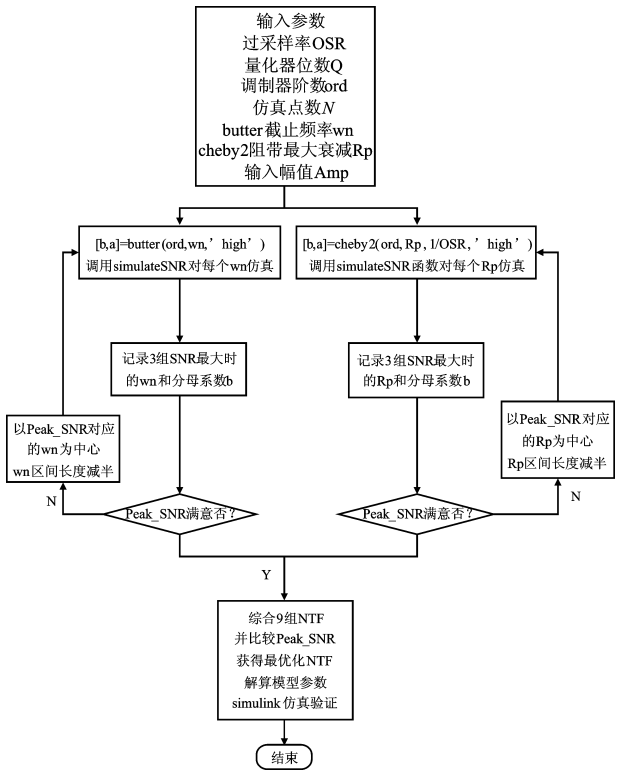


图 3 $NTF(z)$ 设计算法流程图

4 系统性能分析

本文根据上节中的算法进行了仿真,最终设计的系统传递函数为

$$NTF(z) = \frac{z^4 - 3.9994z^3 + 5.9988z^2 - 3.9994z + 1}{z^4 - 3.2343z^3 + 3.9825z^2 - 2.2060z + 0.4629}$$
 (7)

联立式(5)~(7)即可解出模型参数,如表 1 所示。

表 1 模型参数

a1	a2	a3	a4
0.765 144 85	0.279 169 20	0.056 345 42	0.005 198 69
b1	b2	b3	b4
0.000 602 39	0.000 602 43	0.000 000 09	0.000 000 05

本文仿真 SNR 结果与文献[8]中的对比如图 4 所示。由图 4(a)可知本文峰值信噪比为 131.8 dB,文献[8]的峰值信噪比为 133.4 dB,性能差异不大。

当输入幅值增大到 -3 dB 时,文献[8]中的 SNR 已经变为负值,而本文 SNR 仍然保持在 130.6 dB . 为了对比动态范围,对输入幅值在区间 $[-10;-2]\text{ dB}$ 进行仿真,结果如图 4(b)所示,易见本文所设计的 NTF(z)动态范围比文献[8]更优. 需要说明的是,图 4(a)和图 4(b)中本文峰值信噪比略有差异是因为仿真时选取的输入幅值不同.

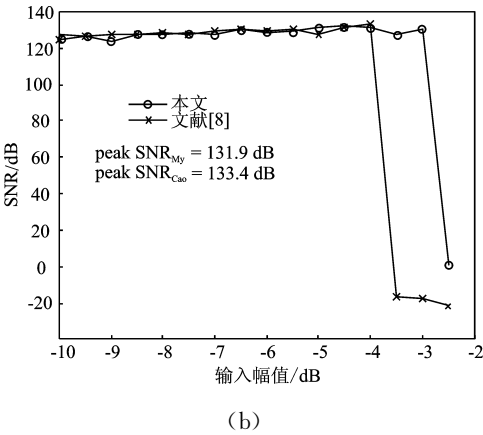
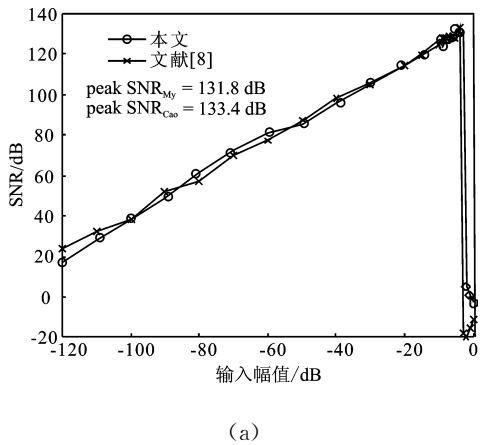


图 4 SNR 随输入幅值变化时对比

本文与文献[8]的 NTF(z)频率响应对比如图 5 所示,低频段幅值表示为“dB”形式时(见图 5 中“基带放大”部分)基本重合,而高频段本文相对平坦,且幅值更小,更符合 Lee 判据,说明系统在较大幅值输入时稳定性更好,也印证了上文的“信噪比相当,动态范围更优”的仿真结果. 由于低频响应相当,信号输出频谱将不作对比,图 6 为本文所设计 NTF(z)在输入归一化幅值为 -3 dB (0.707)的正弦波时的输出频谱,数据处理时对输出信号加了汉宁窗,作了 8192 点 FFT. 经 Simulink 仿真并计算可知,在 -3 dB 输入幅值下,系统仍能获得 128.7 dB (较上文提到的 130.6 dB 低,是因为模型参数解算时进行了取舍处理)的信噪比.

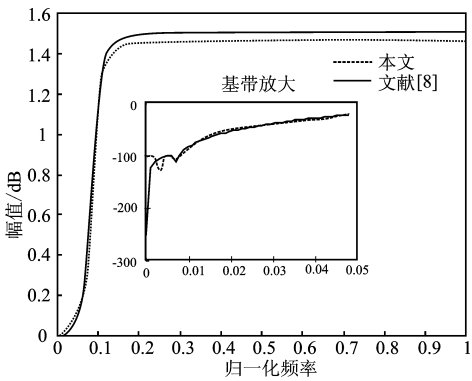


图 5 频率响应对比

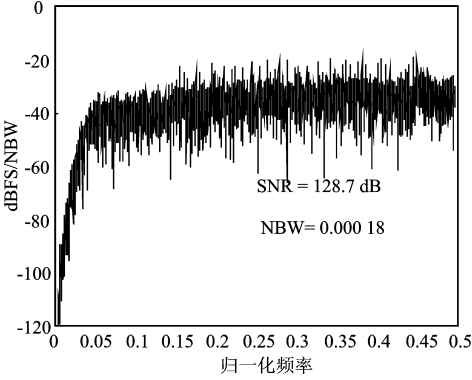


图 6 输入为 -3 dB 时系统输出频谱

5 结束语

本文提出了用切比雪夫 II 型滤波器和巴特沃斯滤波器设计单环四阶 Sigma Delta 调制器噪声传递函数的方法,介绍了设计方法的实现过程. 通过运用本文提出的方法,设计了一个四阶噪声传递函数,并在该噪声传递函数基础上进行了仿真,仿真结果显示,系统具有较高的信噪比和较好的输入动态范围. 同时,将噪声传递函数映射成 FFB 结构的模型参数并对 -3 dB 归一化正弦波输入信号进行了 Simulink 仿真,仍能获得 128.7 dB 的较高信噪比. 本文提出的四阶 Sigma Delta 调制器传递函数的设计方法可以运用于更高阶传递函数的设计,也适用于多位量化器和不同过采样率的情形.

参考文献:

[1] Schreier R, Temes G C. Understanding delta-sigma data converters [M]. New York: Wiley-IEEE Press, 2005.

[2] Lee W L. A novel higher order interpolative modulator topology for high resolution oversampling A/C converters [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1990, 37(3): 309-318.

参考文献:

- [1] SundellHåkan, TsigasPhilippas. Fast and lock-free concurrent priority queues for multi-thread systems [J]. Journal of Parallel and Distributed Computing, 2005,65(1): 609-627.
- [2] KristijanDragic, Daniel Bauer. A survey of concurrent priority queue algorithms [C]// Proceedings of the International Symposium on Parallel and Distributed Processing(ISPDP), Switzerland;IEEE,2008: 1-6.
- [3] AleksandarProkopec, Dmitry Petrashko, MartinOder-sky. Efficient lock-free work-stealing Iterators for data-parallel collections[C]//Proceedings of the 23rd Euromicro International Conference on Parallel, Distributed and Network-Based Processing (PDP), Lausanne, Switzerland; IEEE. 2015;248-252.
- [4] NirShavit, ItayLotan. Skiplist-based concurrent priority queues[C]// Proceedings of the 14th International Parallel and Distributed Processing Symposium, Washington, DC, USA; IEEE, 2000; 263-268.
- [5] SirajoAbdullahiBakura, AminuMohammed. Lock-free hybrid concurrency control strategy for mobile environment[J]. Proceedings of the 6thInternational Conference on Adaptive Science & Technology (ICAST), 2014,66(5): 1-5.
- [6] Pooja Aggarwal, Smruti R Sarangi. Lock-free and wait-free slot scheduling algorithms [C] // Proceedings of the 27th International Parallel and Distributed Processing Symposium(IPDPS). Washington, DC, USA; ACM, 2013;961-972.
- [7] Nhan Nguyen, PhilippasTsigas. Lock-Free cuckoo hashing[C]//Proceedings of the 34thInternational Conference on Distributed Computing Systems (ICDCS). Madrid, Spain; IEEE, 2014; 627-636.
- [8] Youngjoong Cho, Dongwoo Lee, HyungKooK Jun, et al. Lock-free memory allocator without garbage collection on multicore embedded devices[C]// Proceedings of the International Conference on Consumer Electronics (ICCE). Istanbul, Turkey; IEEE, 2014; 428-429.
- [9] Deli Zhang, Damian Dechev. A lock-free priority queue design based on multi-dimensional linked lists [J]. Journal of IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, 2015,27(3): 1-14.
- [10] Bonnichsen L F, Karlsson S, Probst C W. ELB-trees an efficient and lock-free B-tree derivative[C]// Proceedings of the 6thIEEE International Workshop on Multi-/Many-core Computing Systems (MuCoCoS) [s. l.]; IEEE, 2013; 1-10.
- [11] Gerhard Schellhorn, Simon Baumler. Formal verification of lock-free algorithms[C]// Proceedings of the 9th International Conference on Application of Concurrency to System Design(ACSD). Washington, DC, USA; ACM, 2009; 13-18.
- [12] Herlihy M P, Wing J M. Linerizability; A correctness condition for concurrent objects[J]. Journal of ACM Transactions on Programming Languages and Systems, 1990,12(1): 463-492.
- [13] Amos Israeli, LihuRappoport. Efficient wait-free implementation of a concurrentpriority queue[C]// Proceedings of the 7th International Workshop Distributed Algorithms (WDAG). Lausanne, Switzerland; IEEE, 1993; 1-17.

作者简介:

黄姝娟 女, (1975-), 博士, 讲师. 研究方向为嵌入式与分布式计算. E-mail: 349242386@qq. com.

(上接第 71 页)

- [3] Schreier R. An empirical study of high-order single-bit delta-sigma modulators [J]. Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, IEEE Transactions on, 1993, 40(8): 461-466.
- [4] 李宏星, 冯晖, 林争辉. 高阶 Sigma-delta 调制器传递函数设计方法 [J]. 微电子学与计算机, 2004, 21(6): 147-1503.
- [5] Norsworthy S R, Schreier R, Temes G C. Delta-sigma data converters: theory, design, and simulation [M]. New York, IEEE press, 1997.
- [6] Yu J. Design and analysis of fixed and adaptive sigma-delta modulators [D]. King's College London; University of London, 1992.
- [7] van Roermund A, Hoekstra J. Design philosophy for nanoelectronic systems, from sets to neural nets [J]. International journal of circuit theory and applications, 2000, 28(6): 563-584.
- [8] 曹桂平. 高精度 Sigma-Delta 调制器研究及 ASIC 实现 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2012.

作者简介:

刘富锐 男, (1992-), 硕士生, 研究方向为传感器技术与信号处理. E-mail: royle035@163. com.